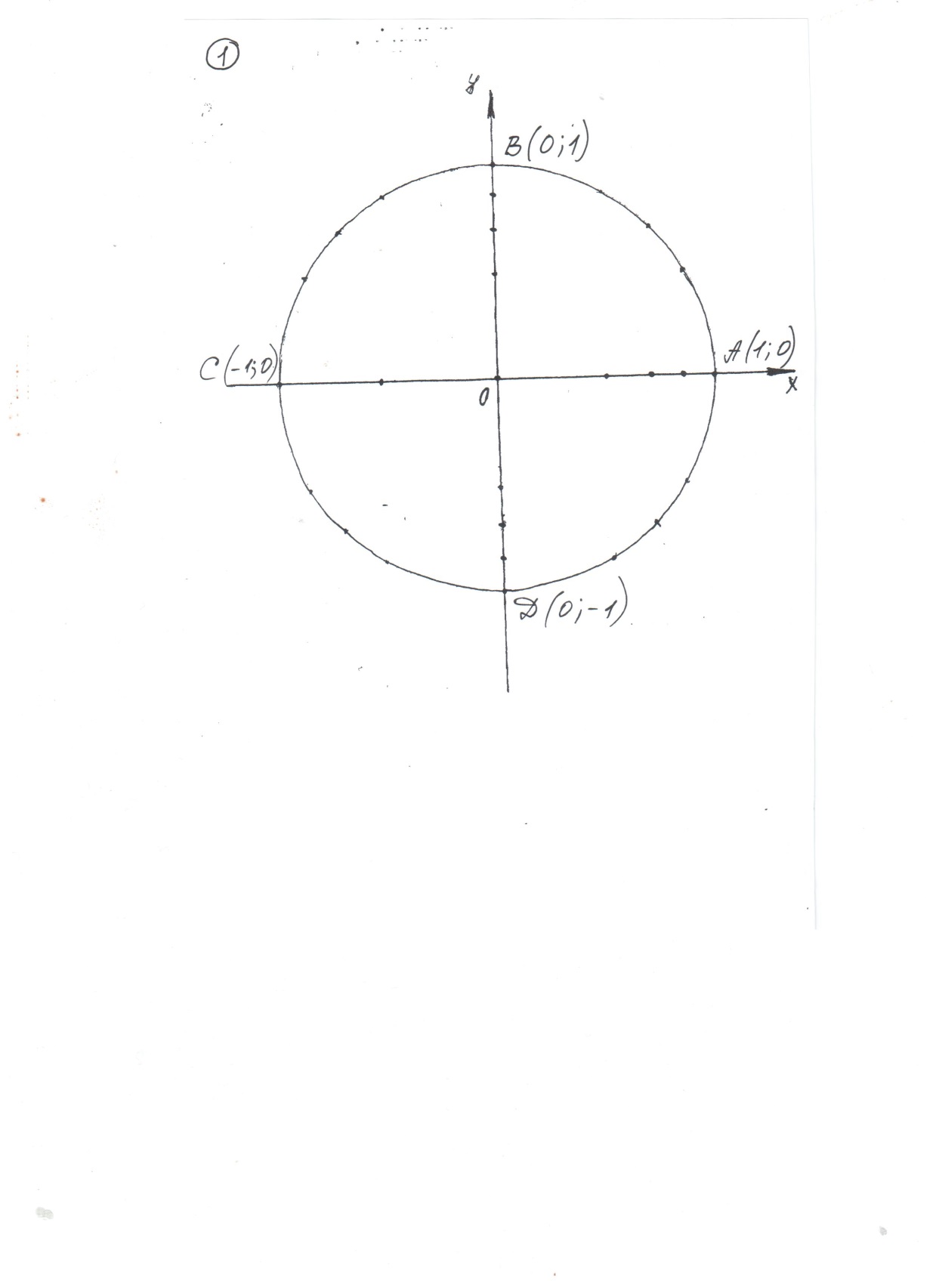
**ВВЕДЕНИЕ В ТРИГОНОМЕТРИЮ**

ПОНЯТИЕ УГЛА

Введем на плоскости прямоугольную систему координат хОу и рассмотрим окружность радиуса R=1 с центром в начале координат. Обозначим точки пересечения окружности с осями координат: А(1; 0), В(0; 1), С(-1; 0), Д(0; -1).

(рис1) 

Пусть на окружности дана еще точка М. Вектор, начало которого – точка О, а конец точка М, движущаяся по окружности. Этот вектор назовем **подвижным вектором**.

Угол АОМ получен поворотом подвижного вектора до вектора . В тригонометрии принято считать, что любой поворот подвижного вектора образует угол. Если подвижный вектор совершил такой поворот, что впервые его конечное положение совпало с начальным положением (вектор ), то такой поворот называют **полным поворотом.**

В тригонометрии принято считать углы, образованные поворотом подвижного вектора против часовой стрелки, **положительными**, а углы, образованные поворотом подвижного

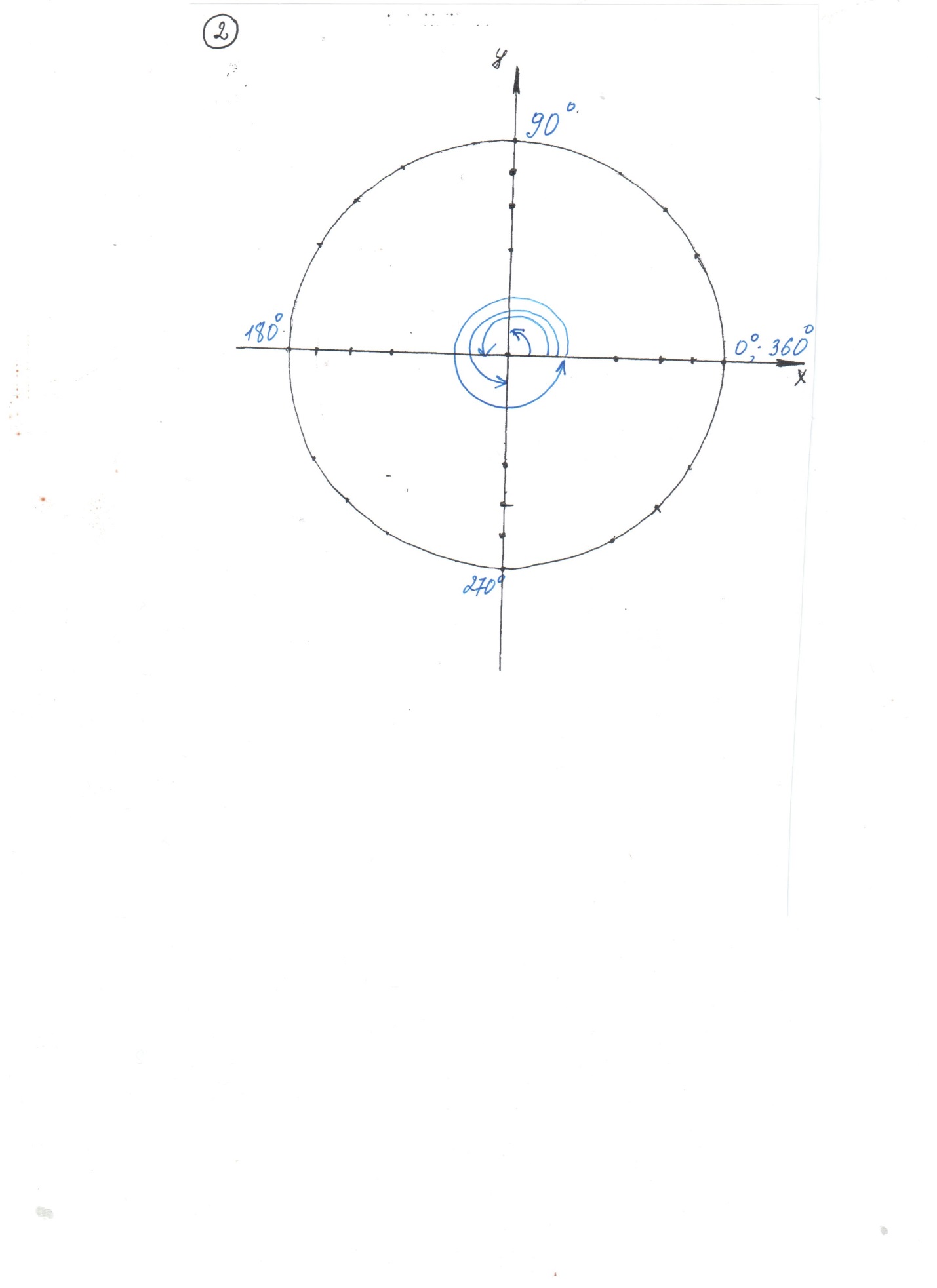
Если подвижный вектор не совершил поворота, то считаем, что образован **нулевой угол**.

Если подвижный вектор совершил поворот, равный 1\360 части полного поворота против часовой стрелки, то говорят, что образован угол, **градусная мера** которого равна одному градусу или угол в **один градус**.

Совершив полный оборот против часовой стрелки, получим угол в **360° ,** а совершив один полный оборот по часовой стрелке, получим угол в **-360**°.

Строя углы в половину полного оборота, в четверть полного оборота против часовой , или по часовой стрелке, получаем углы 180°, -180°, 90°, -90° . Напомним, что одна минута равна 1\60 градуса, а одна секунда равна 1\60 минуты.

(рис 2)



От начального вектора можно отложить любой угол градусной меры α*,* где *α* – любое действительное число, в положительном направлении при *α* больше нуля и в отрицательном направлении при  *а* меньше нуля. Градусную меру такого угла можно записать в виде

*α = +* 360k, где k- некоторое целое число, - угол от 0 ° до 360 °.

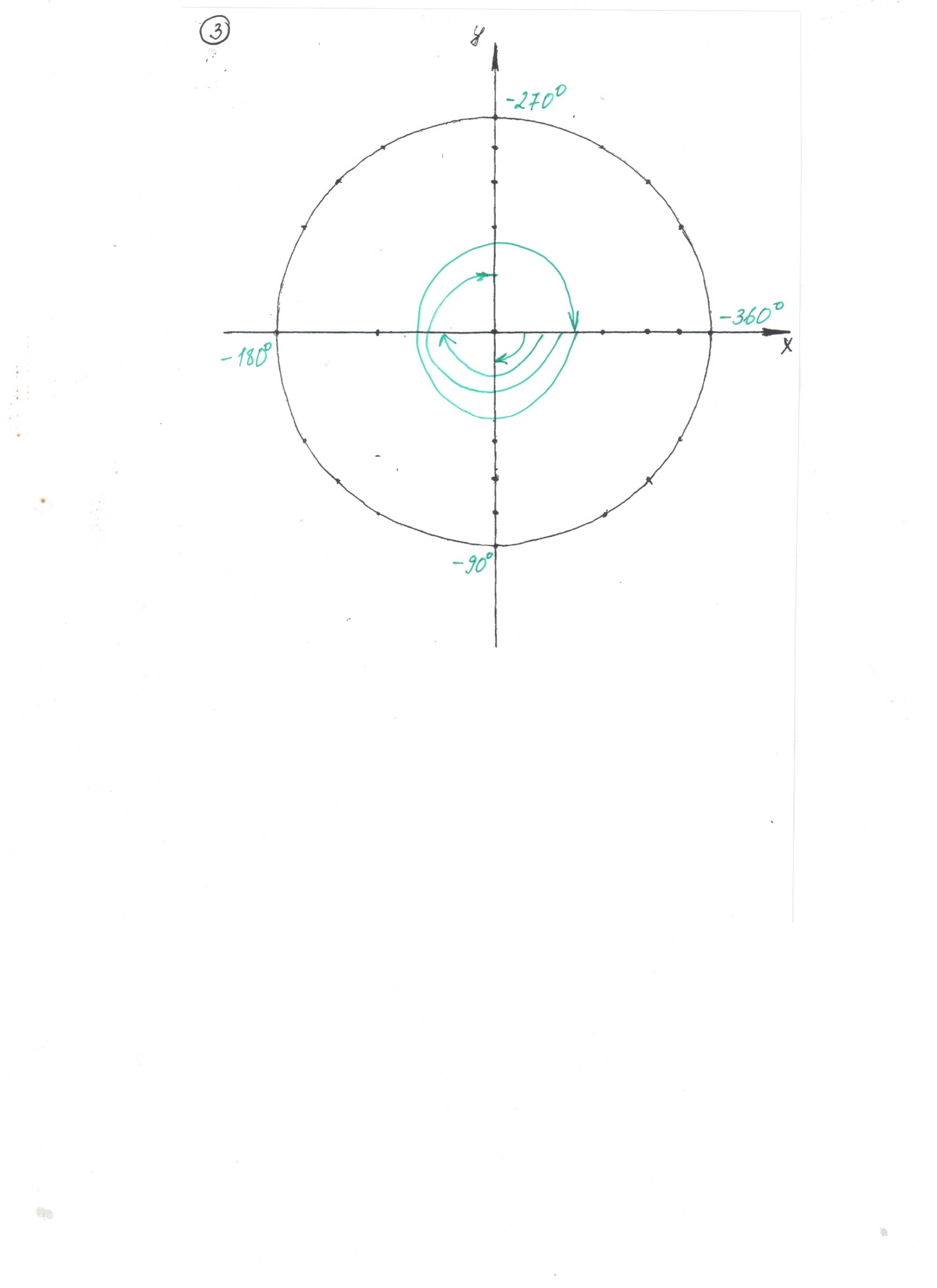
РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА

Если подвижный вектор совершил поворот против часовой стрелки так, что его конец прошел расстояние равное радиусу окружности, то говорят, что образован угол в один радиан, **радианная мера** которого равна одному радиану. **Радиан**-это величина центрального угла окружности радиуса **R**, опирающегося на дугу длины R. это определение не зависит от R , поэтому обычно выбирают R = 1.

Длина окружности равна 2πR, поэтому совершив один полный оборот против часовой стрелки, получим угол в 2π радиан, равный 360°. Угол 180 ° равен π радианам. Аналогично градусную меру любого угла можно перевести в радианную. Градусную меру любого угла можно записать в виде

*α = +2Пk, где k –* некоторое целое число.

(рис 3)



ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНУСА И КОСИНУСА УГЛА

Число, равное ординате точки единичной окружности, соответствующей углу, называют **синусом угла** αи обозначают **sinα**.

Число, равное абсциссе точки единичной окружности, соответствующей углу, называют **косинусом угла** α и обозначают **cosα*.***

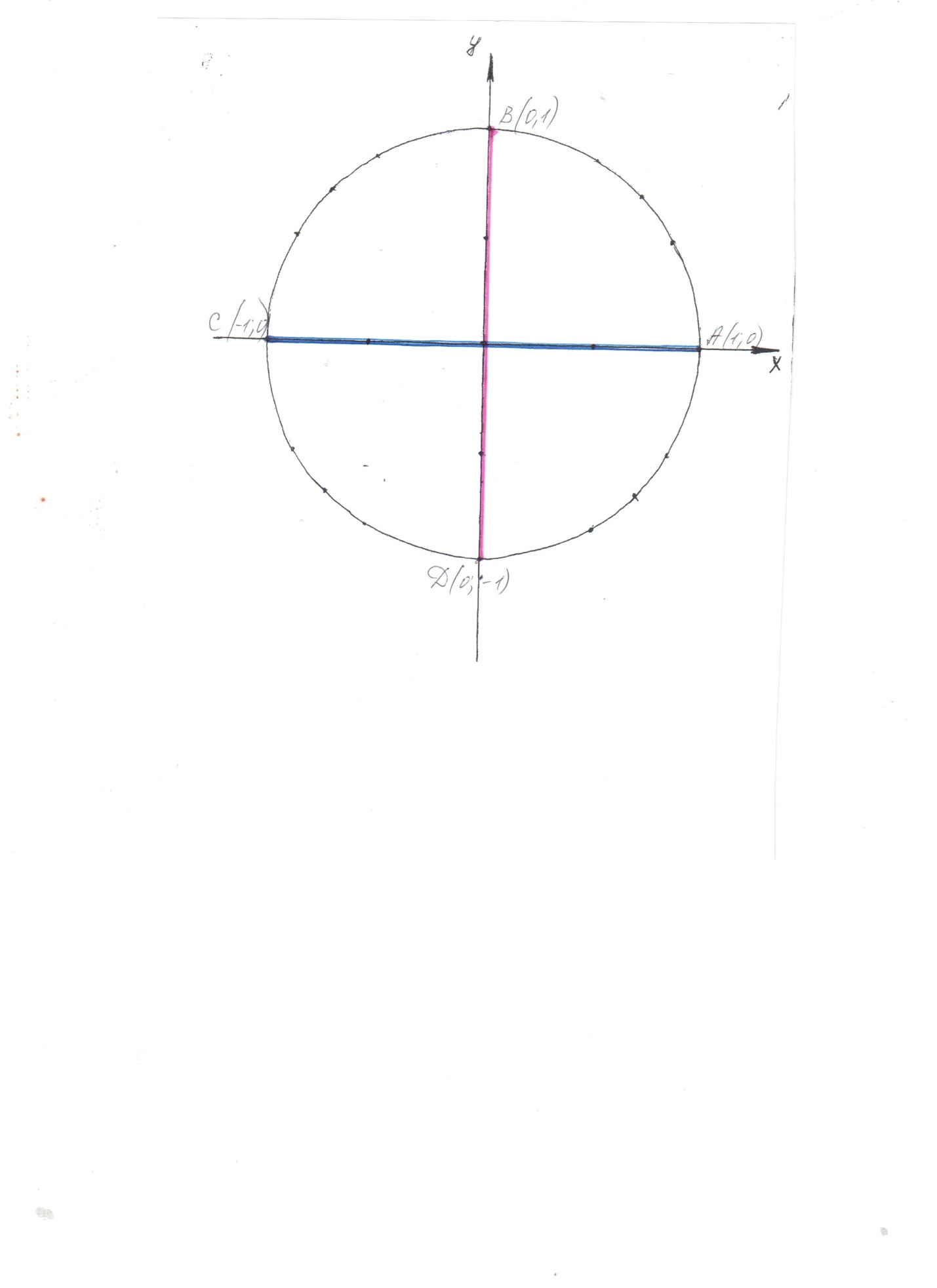
х = cosα, у =sin α

любая точка единичной окружности имеет координаты М(cosα;sin*α*)

Для любого угла существует единственное значение синуса и косинуса.

Отрезок АВ назовем **линией косинусов**, отрезок СД назовем **линией синусов**.

(РИС 4)

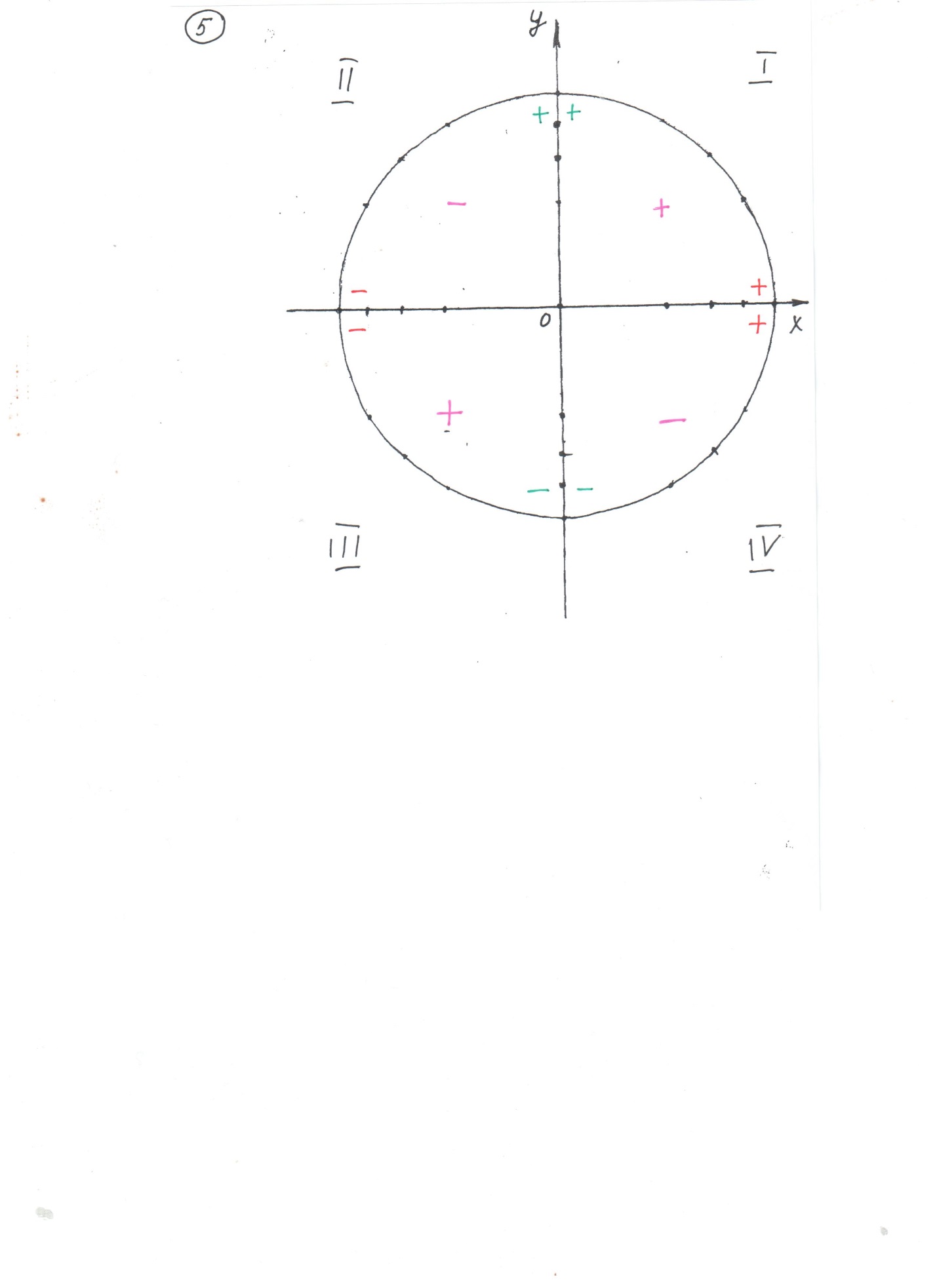


В первой и в четвертой координатных четвертях абсциссы точек положительны, во второй и третьей четвертях – отрицательны поэтому значения косинусов для углов от 0° до 90 ° и для углов от 180° до 270° – положительны, а для углов от 90°до 180° и для углов от 270° до 360° - отрицательны.

В первой и во второй координатных четвертях ординаты точек положительны, в третьей и четвертой четвертях – отрицательны, поэтому значения синусов для углов от 0° до 180° - положительные, а для углов от 180° до 360° – отрицательные.

В силу периодичности тригонометрических функций, можно определить знаки синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов для любых углов.

(рис 5)



Координаты точек: А; В; С; Д помогут определить значения синусов и косинусов для углов 0°; 90°; 180°; 360° :

А(1; 0), cos0° = 1, sin0° = 0

В(0; 1), cos90° = 0, sin90° = 1

С(-1; 0) cos180° = -1 sin180° = 0

Д(0; -1) cos360° = 0 sin360° = -1

Так как тангенс есть отношение синуса угла к косинусу, котангенс есть отношение косинуса к синусу, то .

tg 0° = 0, tg90° - не существует, tg180° = 0, tg360° – не существует

ctg0° – не существует, ctg90° = 0, ctg180° – не существует, ctg360° = 0

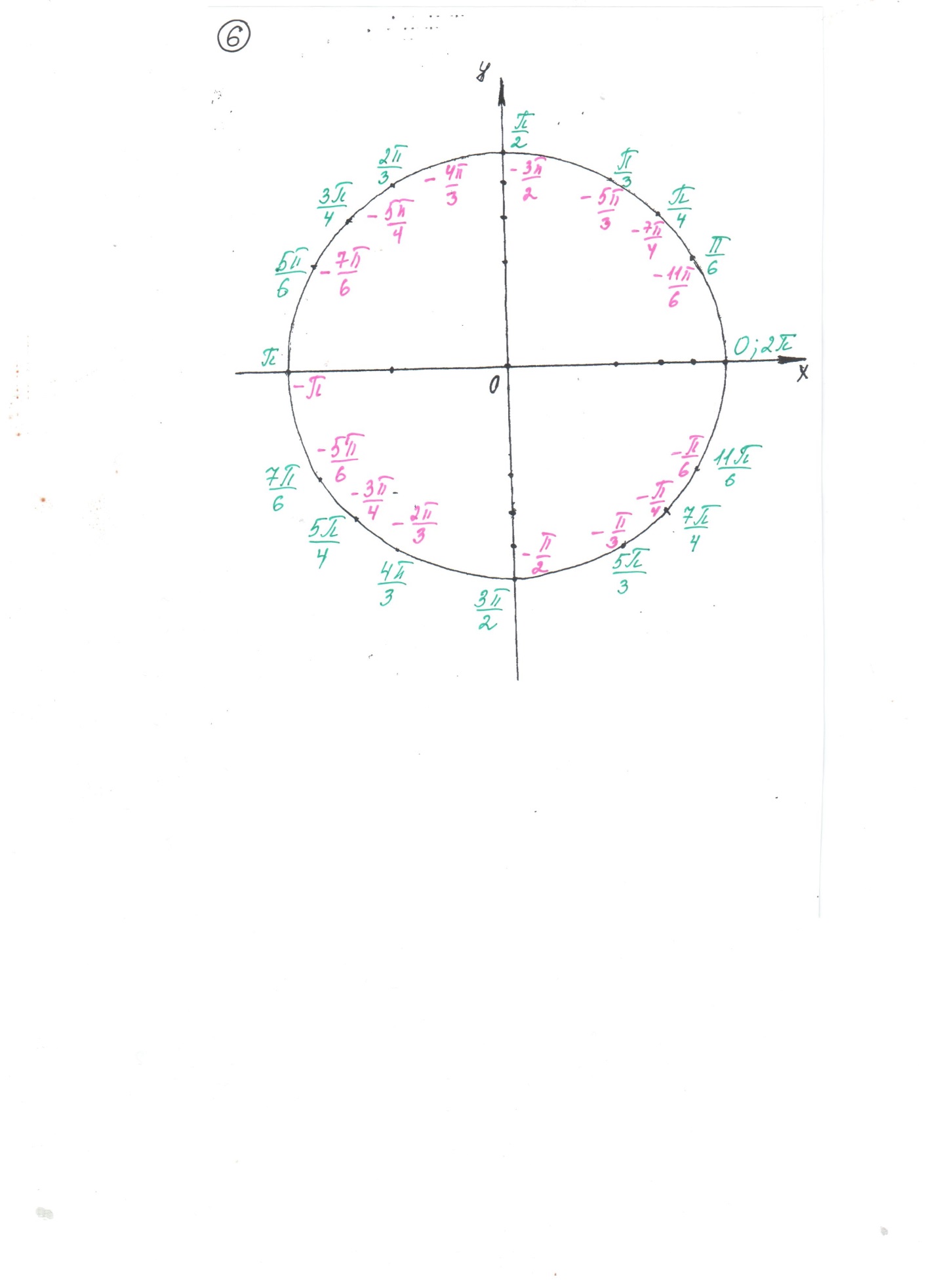
ЗНАЧЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ НЕКОТОРЫХ УГЛОВ

Построим в системе координат углы:

π\6, 2π\6 = π\3, 3π\6 = π\2, 4π\6 = 2π\3, 5π\6, 6π\6 = π, 7π\6, 8π\6, = 4π\3, 9π\6 = 3π\2, 10π\6 = 5π\3, 11π\6, 12π\6 = 2π;

π\4, 2π\4 = π\2, 3π\4, 4π\4, 5π\4, 6π\4 = 3π\2, 7π\4, 8π\4 = 2π;

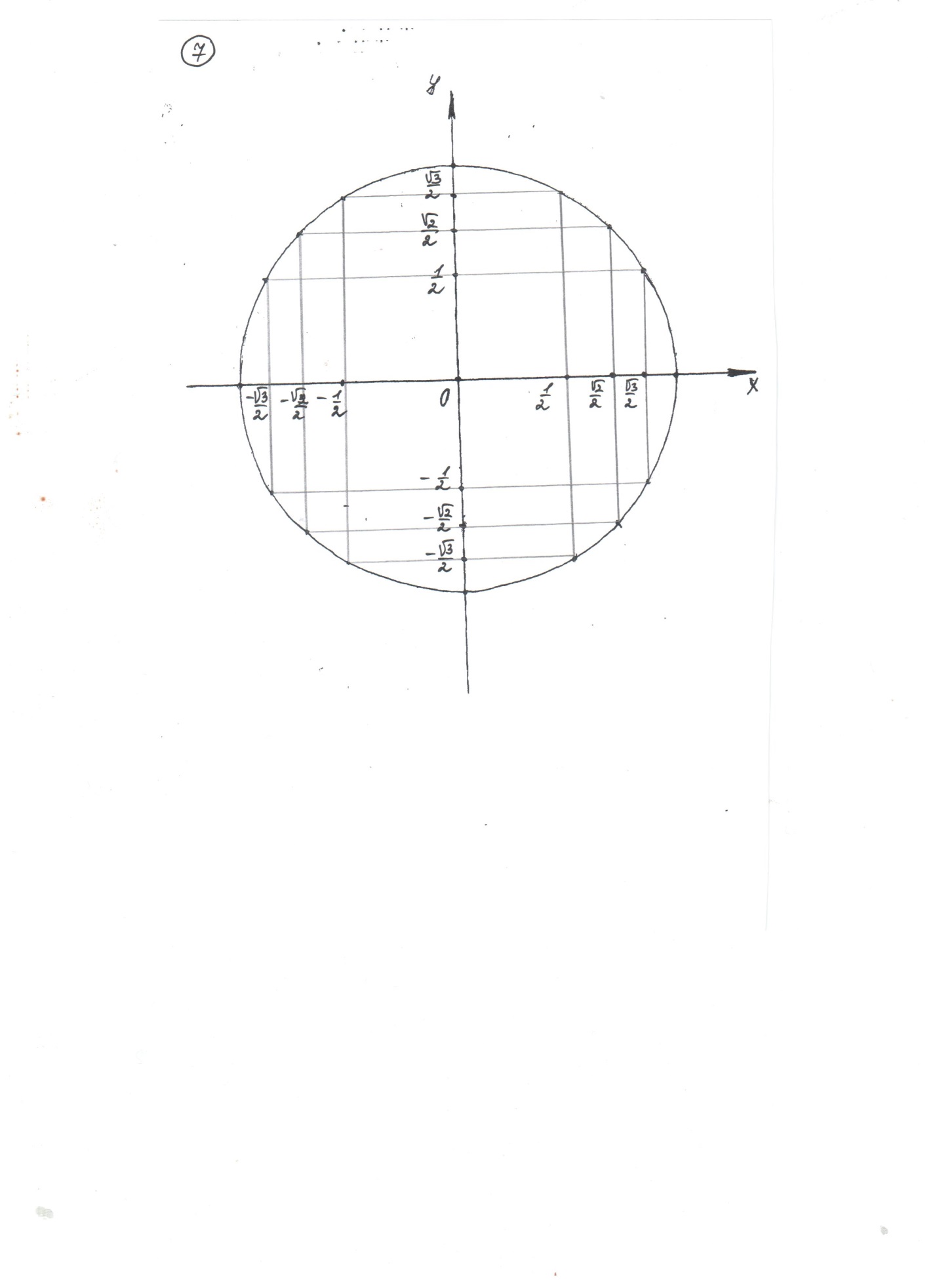
(рис 6)



Опустим перпендикуляры из точек пересечения единичной окружности со сторонами углов (, , ,….) на ось Ох. Получим по три точки справа и слева от нуля. Используя теорему Пифагора, получим значения абсцисс 1\2; \2; ; -1\2; -\2; -\2. Это и есть значения косинусов для построенных углов.

Построив перпендикуляры из точек на окружности к оси Оу, получим значения синусов построенных углов: 1\2; \2; ; -1\2; -\2; -\2.

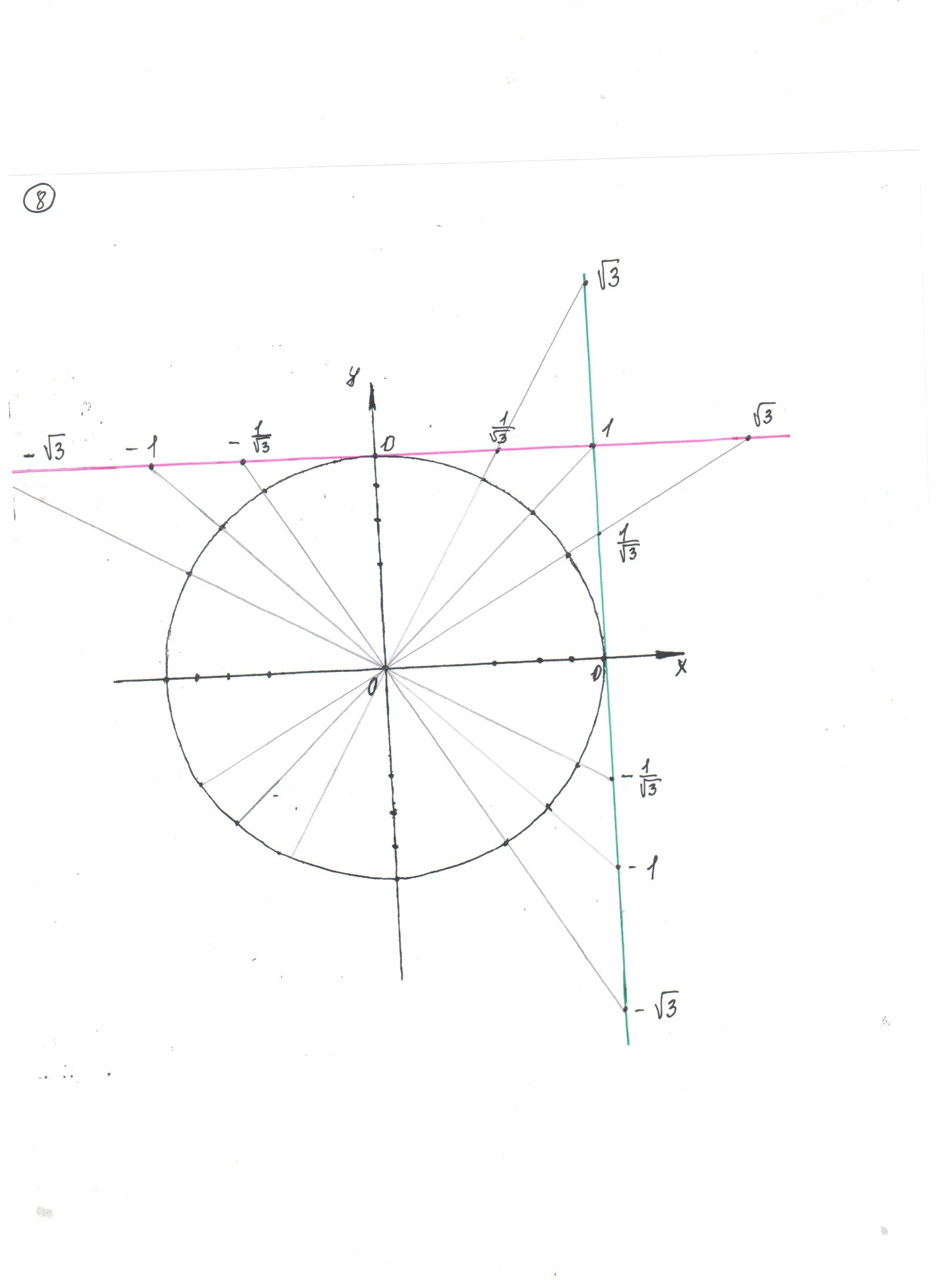
(рис 7)



Через точку А (1; 0) проведем прямую параллельную оси Оу, назовем ее **линией тангенсов.** Проведем лучи ,… Точки пересечения с линией тангенсов и есть значения тангенсов построенных углов. Используя теорему Пифагора, получим числа 1\; 1; ; -1\; -1; - .

Через точку В(0; 1) проведем прямую параллельную оси Ох. Назовем ее **линией котангенсов.** Точки пересечения лучей,….с линией котангенсов есть значения котангенсов построенных углов: 1\; 1; ; -1\; -1; - .

(рис 8)



Совместим все картинки на одном рисунке, которым удобно пользоваться при решении тригонометрических уравнений и неравенств.

(рис 9)

